

# Plánování a rozvrhování

Roman Barták, KTIML

roman.bartak@mff.cuni.cz

<http://ktiml.mff.cuni.cz/~bartak>



## Přednáška

- **Co** je obsahem?
  - plánování a rozvrhování
  - ale co to vlastně je plánování a rozvrhování?
  
- **Proč** by mě to mělo zajímat?
  - ono se to někde používá?
  - aplikace?
  
- **O čem** bude přednáška?
  - modelování problémů
  - řešící algoritmy



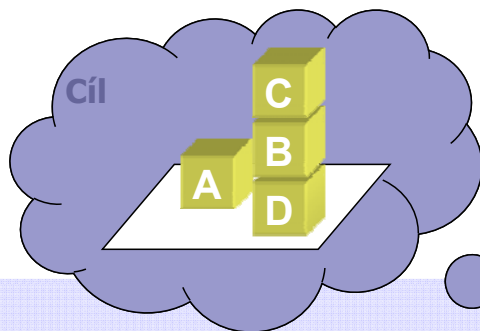
# Co?

Čím se zabývá plánování a rozvrhování?  
Jaký je mezi nimi rozdíl?



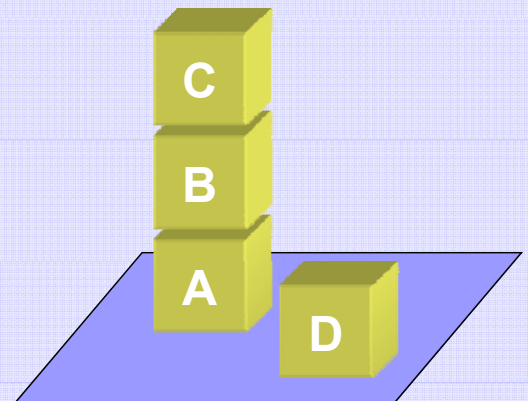
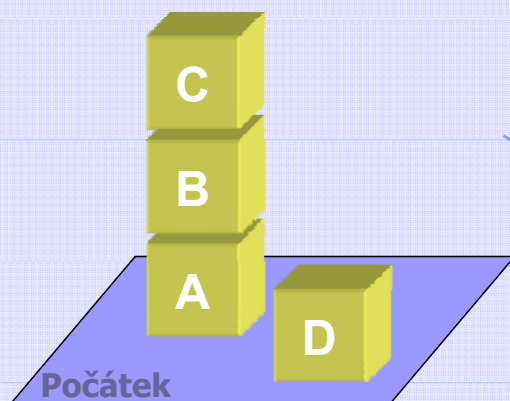
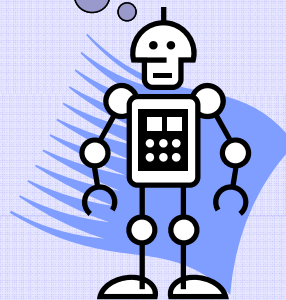
## Plánování v příkladě

### Svět kostek



### Plán

```
zvedni(C)
polož_na(C,stůl)
zvedni(B)
polož_na(B,D)
zvedni(C)
polož_na(C,B)
```



# Plánování v kostce

## ■ Vstup:

- počáteční (současný) stav světa
- popis akcí schopných měnit stav světa
- požadovaný stav světa

## ■ Výstup:

- seznam akcí (plán)

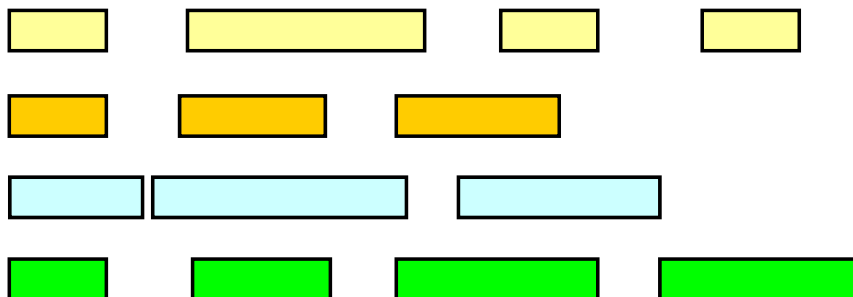
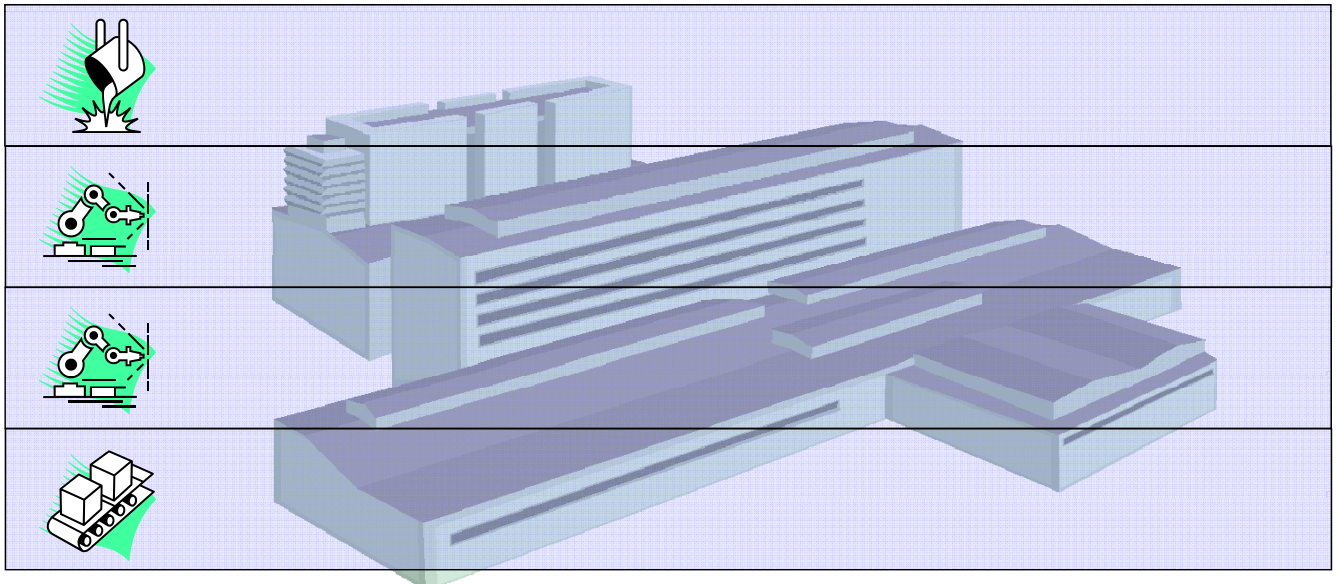
## ■ Vlastnosti:

- akce v plánu nejsou známy dopředu
- čas a zdroje nehrají roli



Plánování a rozvrhování, Roman Barták

# Rozvrhování v příkladě



Plánování a rozvrhování, Roman Barták

## ■ Vstup:

- skupina částečně uspořádaných aktivit
- dostupné zdroje

## ■ Výstup:

- alokace aktivit na zdroje a v čase (rozvrh)

## ■ Vlastnosti:

- aktivity jsou známy předem
- čas a zdroje jsou omezené



Plánování a rozvrhování, Roman Barták

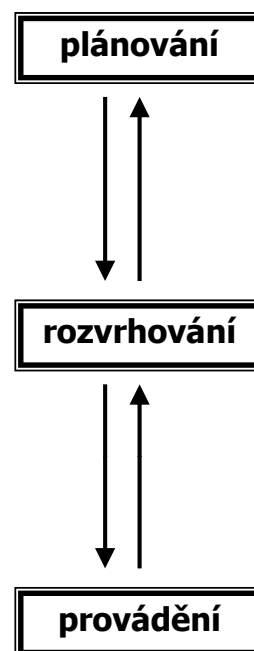
# Srovnání

## ■ Plánování (planning)

- rozhodování jaké akce jsou potřeba pro dosažení daných cílů
- téma umělé inteligence
- složitost často horší než NP-c (obecně nerozhodnutelné)

## ■ Rozvrhování (scheduling)

- rozhodování jak zpracovat dané akce použitím omezených zdrojů a času
- téma operačního výzkumu
- složitost typicky NP-c



Plánování a rozvrhování, Roman Barták

# Proč?

**K čemu je ta technologie dobrá?  
Má to praktické využití?**



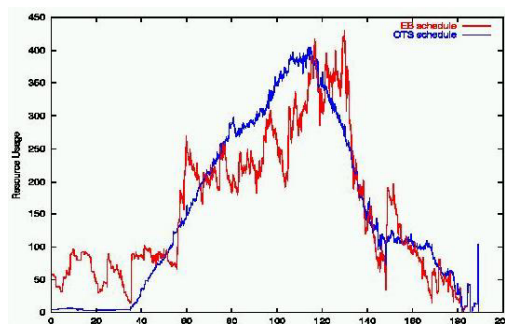
## Výroba letadel

- 570 úloh, 17 zdrojů
- Tradiční metoda:
  - ARTEMIS
  - 20 hodin na vytvoření rozvrhu
- Metoda IP&S:
  - ARTEMIS nahrazen CSP
  - 30 minut na vytvoření optimálního rozvrhu
  - 10 - 15% kratší makespan
- **Úspory:**
  - 4 - 6 dní na letadlo
  - **0.2 - 1 milion US\$ za den**



# Výroba ponorek

- 1,4 milionu úloh na jeden člun
- Tradiční metoda:
  - ARTEMIS
  - 6 týdnů na vytvoření rozvrhu
  - vysoce neuniformní profil
- Metoda IP&S:
  - ARTEMIS nahrazen CSP
  - 2 dny na vytvoření rozvrhu
  - více uniformní profil
- **Úspory:**
  - **30% redukce přesčasů a subkontraktů**



# Logistika

## Válka v zálivu 1991:

- Tradiční metoda:
  - Stovky lidských plánovačů
  - Měsíce na vytvoření plánů
- Metoda IP&S:
  - O-PLAN2 pomáhá plánovačům
- **Úspory:**
  - Rychlejší vytvoření zázemí
  - Méně leteckých misí
  - Finanční návratnost >> **veškerý výzkum AI sponzorovaný US vládou:**
    - od roku 1956
    - nejen výzkum IP&S, ale **veškerý výzkum AI!**



Start: 24. října 1998

Cíl: Borrelliova kometa

## Testování 12 nových technologií

### □ autonomous remote agent

- plánuje, provádí a monitoruje akce kosmické lodi na základě obecných příkazů operátora
- tři zkušební scénáře
  - 12 hodin nízké autonomie (provádění a monitorování)
  - 6 dní vysoké autonomie (snímání kamerou, simulace poruch)
  - 2 dny vysoké autonomie (udržení směru)
    - **pozor na backtracking!**
    - **pozor na deadlock v plánu!**

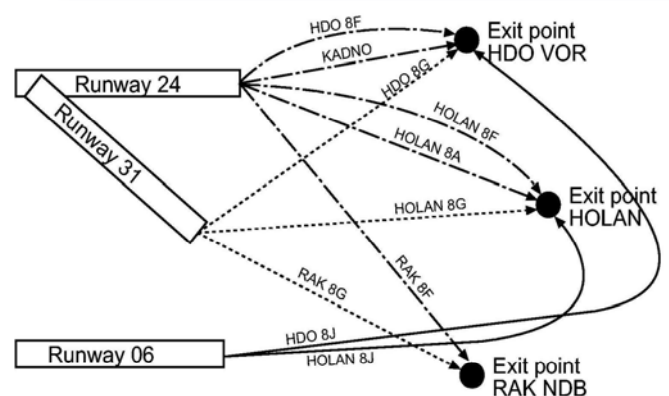
Contribution of NASA Ames

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

# Letový provoz

## Správa odletů

- předletová příprava
  - přiřazuje odletovou trasu
  - po dohodě s Bruselem
- pozemní kontrola
  - pojíždění
- kontrola na věži
  - rozjezdové dráhy
  - separace



## MANTEA

(MANagement of surface Traffic in European Airports)

- implementováno v **ILOG Scheduler**
- testováno v **Praze** (27.5. – 7.6. 2002)

Contribution of NLR

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

# O čem?

Co mi tato přednáška přinese?  
Co přednáška pokrývá?



## Struktura

### ■ Úvod

- prohledávací algoritmy, omezující podmínky a SAT

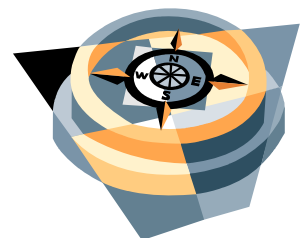
### ■ Plánování

- klasické plánování (STRIPS)
- neklasické plánování (Graphplan)
- hierarchické plánování

### ■ Rozvrhování

- tradiční rozvrhování
- rozvrhování s omezujícími podmínkami

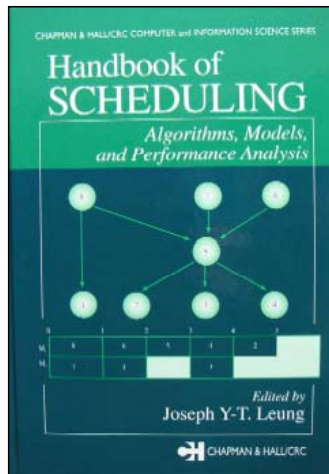
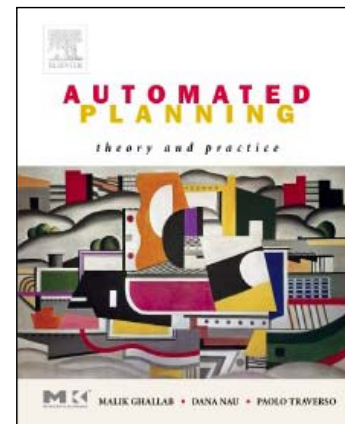
### ■ Aplikace





## Automated Planning: Theory and Practice

- M. Ghallab, D. Nau, P. Traverso
- <http://www.laas.fr/planning/>
- Morgan Kaufmann



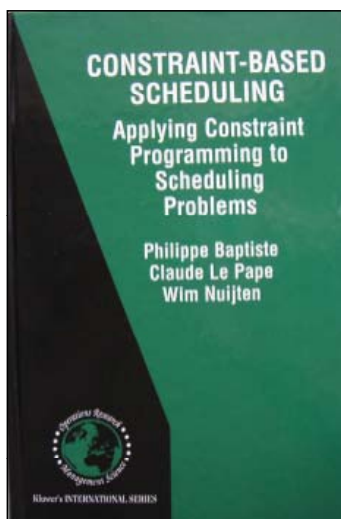
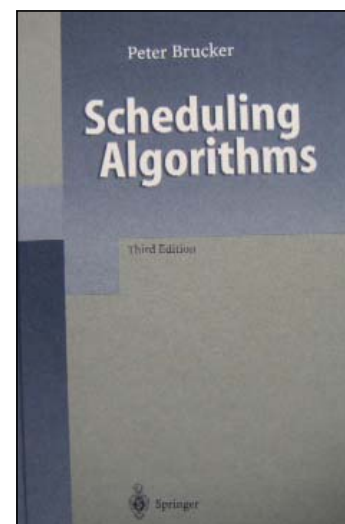
## Handbook of Scheduling

- J. Leung
- Chapman&Hall/CRC

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

## Scheduling Algorithms

- P. Brucker
- Springer



## Constraint-based Scheduling

- P. Baptiste, C. Le Pape, W. Nuijten
- Kluwer

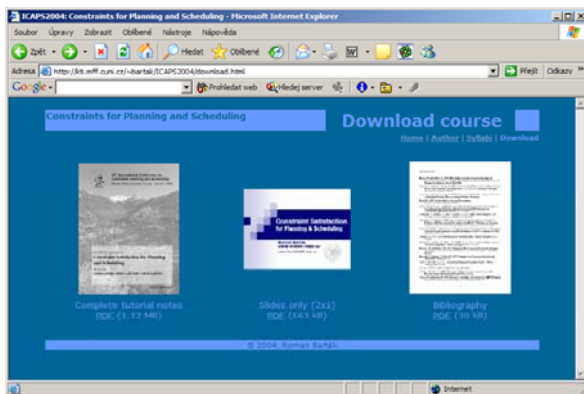
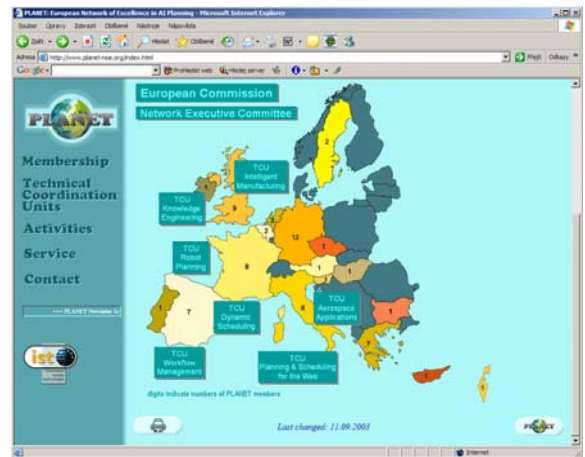
Plánování a rozvrhování, Roman Barták

## PLANET

European NoE in Planning

<http://www.planet-noe.org/>

- materiály z letních škol
- prezentace z workshopů
- katalog plánovacích systémů
- aplikační oblasti



## ICAPS 2004 tutorial

Constraint Satisfaction for Planning and Scheduling

<http://kti.mff.cuni.cz/~bartak/ICAPS2004/>

- slajdy
- reference

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

# Web přednášky

**Plánování a rozvrhování**  
NAILO71, 2/0 Zk, letní semestr  
Roman Barták, KTIML

[Zdroje](#) | [Přednáška](#) | [Zkouška](#) | [Kontakt](#)

**Zdroje:** [nahoru](#)

Přednáška je připravena převážně podle knihy **M. Ghallab, D. Nau, P. Traverso: Automated Planning: Theory and Practice, Morgan Kaufmann, 2004**. Materiály ke knize jsou dostupné na [webu](#).

Některé pasáže jsou podrobněji zpracovány v anglických tutoriálech:

- **Constraint Satisfaction for Planning and Scheduling** [[WWW](#)], ICAPS 2004
- **Filtering Techniques in Planning and Scheduling** [[slajdy](#)], ICAPS 2005

Další informace lze čerpat ze stránek sítě excelence [PLANET](#), konferencí [ICAPS](#) a [MISTA](#).

**Přednáška (15.08.2009):** [nahoru](#)  
úterý 15:40 - 17:10, posluchárna S4 (Malá Strana, 3. patro)

Tento rozvrh je předběžný a je možné, že bude v průběhu semestru modifikován.

24.02.2009	Úvod, plánovací vs. rozvrhovací problém, ukázky aplikací. Obecné pohledávací algoritmy, omezující podmínky a SAT.	
03.03.2009	Formalizace plánovacího problému. Množinová a klasická reprezentace.	
10.03.2009	Plánování se stavovým prostorem (dopředné, zpětné, STRIPS).	
17.03.2009	Plánování s prostorem plánů.	
24.03.2009	Neoklasické plánování. Plánovací graf, Graphplan.	
31.03.2009	<i>pravděpodobně odpadne</i>	
07.04.2009	Plánování jako SAT. Plánování jako CSP.	
14.04.2009	Moduly času (algebra okamžiků, algebra intervalů, temporální sítě)	
21.04.2009	Plánování s časem a se zdroji	
28.04.2009	Dílovaná horizontální a vertikální rozvrhování, hierarchická plánování	

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

# Příprava

Na úvod některé základní techniky

- **prohledávání**
- **splňování omezujících podmínek**
- **SAT a logika**



## Prohledávání

Prohledávání (search) je základní technikou řešení problémů umělé inteligence (a nejen UI).

Typy prohledávání:

- **Prohledávání stavového prostoru**
  - hledá se stav daných vlastností
- **Prohledávání prostoru redukcí problému**
  - hledá se rozklad na triviální problémy



# Vlastnosti algoritmů

- **korektnost** (soundness)
  - To, co algoritmus vrátí, je řešením problému.
- **úplnost** (completeness)
  - Když existuje řešení, algoritmus ho nalezne.
- **přípustnost** (admissibility)
  - Algoritmus garantuje nalezení optimálního řešení.
  - Pouze, je-li definována míra optimality řešení!
  - Implikuje korektnost a úplnost.

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

# Stavový prostor

- **Stavový prostor**  $S$  je množina uzlů (stavů), kde cílem je najít stav splňující danou podmínku  $g$ .
- Formálně je **problém** zadán trojicí  $(s_0, g, O)$ :
  - $s_0$  je **počáteční stav**
  - $g$  je **cílová podmínka** (tj. hledaný stav  $s$  splňuje  $g(s)$ )
  - $O$  je množina **operátorů** měnících stav
    - Stavový prostor je potom definován rekurzivně:
      - $s_0 \in S$ , je-li  $s \in S, o \in O$  a  $o(s)$  je definováno potom  $o(s) \in S$
    - $o(s)$  je **potomek** uzlu  $s$

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

## Breadth-First Search

jde po „patrech“

- seznam  $q$  se chová jako **fronta**

```
dfs( $s_0, g, O$ )  
   $q \leftarrow \{s_0\}$   
  while non-empty( $q$ ) do  
     $s \leftarrow \text{first}(q)$   
    if  $g(s)$  then return  $s$   
     $q \leftarrow \text{delete\_first}(q)$   
     $q \leftarrow q + \{s' \mid \exists o \in O, s' = o(s)\}$   
  end while  
  return failure
```

## ■ Úplný algoritmus

## ■ Složitost nalezení cílového uzlu v hloubce $d$ při $b$ potomcích každého uzlu:

- čas  $O(b^d)$
- paměť  $O(b^d)$

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

# Do hloubky

## Depth-First Search (backtracking)

jde zvoleným směrem  
návrat v případě neúspěchu

- seznam  $q$  se chová jako **zásobník**

```
dfs( $s_0, g, O$ )  
   $q \leftarrow \{s_0\}$   
  while non-empty( $q$ ) do  
     $s \leftarrow \text{first}(q)$   
    if  $g(s)$  then return  $s$   
     $q \leftarrow \text{delete\_first}(q)$   
     $q \leftarrow \{s' \mid \exists o \in O, s' = o(s)\} + q$   
  end while  
  return failure
```

## ■ Úplný algoritmus, pokud nejsou nekonečné cesty nebo je lze detekovat.

## ■ Složitost nalezení cílového uzlu v hloubce $d$ :

- čas závisí na směru (může prohledat až celý stavový prostor, ale také může jít přímo)
- paměť  $O(d)$

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

Někdy se hledá cílový stav  $s$  minimalizující hodnotu objektivní funkce  $f(s)$ .

## Best-First Search

jde vždy do aktuálně nejlepšího uzlu

- seznam  $q$  se chová jako **prioritní fronta**

```
bestfs( $s_0, g, O, f$ )
```

```
 $q \leftarrow \{s_0\}$ 
```

```
while non-empty( $q$ ) do
```

```
   $s \leftarrow \text{best}(q, f)$ 
```

```
  if  $g(s)$  then return  $s$ 
```

```
   $q \leftarrow \text{delete\_best}(q, f)$ 
```

```
   $q \leftarrow q \oplus \{s' \mid \exists o \in O, s' = o(s)\}$ 
```

```
end while
```

```
return failure
```

- Pokud  $f$  neklesá ( $s' = o(s) \Rightarrow f(s) \leq f(s')$ ) potom nalezené řešení je optimální. Je-li navíc stavový prostor konečný, algoritmus je přípustný.
- Pokud existuje  $\delta > 0$  tž.  $s' = o(s) \Rightarrow f(s) + \delta \leq f(s')$ , pak je algoritmus přípustný i pro nekonečné prostory.

# Větve a meze

Další optimalizační algoritmus minimalizující  $f$ .

## Depth-First Branch-and-Bound Search

projde vše

a pamatuje si nejlepší

- seznam  $q$  se chová jako **zásobník**

- Pokud  $f$  neklesá a stavový prostor je konečný a bez cyklů, potom je algoritmus přípustný.

```
dfbbs( $s_0, g, O, f$ )
```

```
 $s^* \leftarrow \text{dummy} \% f(\text{dummy}) = \infty$ 
```

```
 $q \leftarrow \{s_0\}$ 
```

```
while non-empty( $q$ ) do
```

```
   $s \leftarrow \text{first}(q)$ 
```

```
   $q \leftarrow \text{delete\_first}(q)$ 
```

```
  if  $g(s) \ \& \ f(s) < f(s^*)$  then
```

```
     $s^* \leftarrow s$ 
```

```
  else
```

```
     $q \leftarrow \{s' \mid \exists o \in O, s' = o(s)\} + q$ 
```

```
  end if
```

```
end while
```

```
return  $s^*$ 
```

## Greedy Search

do hloubky  
ale bez navracení

```

gs( $s_0, g, O, f$ )
   $s \leftarrow s_0$ 
  while not  $g(s)$  do
     $s \leftarrow \text{best}(\{s' \mid \exists o \in O, s' = o(s)\}, f)$ 
  end while
  return  $s$ 
    
```

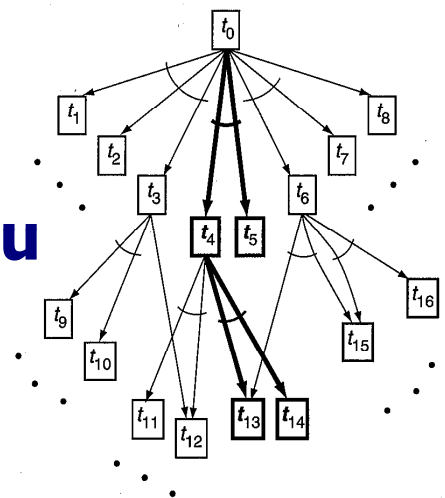
- Negarantuje nalezení optimálního řešení
- Někdy může uspořit spousty času, který by bylo potřeba pro nalezení garantovaného optima.
- Často se používá pro nalezení prvního dobrého řešení.

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

## AND-OR grafy

- Někdy operátor  $o$  poskytuje množinu potomků, tzv. **podproblémy**, které reprezentují část řešení rodiče. Řešení potomka je potom částí řešení rodiče.
- Vzniká tak **AND-OR graf**.

↪ **Prohledávání prostoru možných redukcí problému**



Plánování a rozvrhování, Roman Barták

## Problem Reduction Search

rozloží problém

a hledá řešení podproblémů

- nedeterministické
- naivní
  - opakovaně řeší společné podproblémy

**preds(s,g,O)**

*if g(s) then return s*

*applicable  $\leftarrow \{o \in O \mid o(s) \downarrow\}$*

*if applicable =  $\emptyset$  then return failure*

*o  $\leftarrow$  choose\_nondet(applicable)*

*{s<sub>1</sub>, ..., s<sub>n</sub>}  $\leftarrow$  o(s)*

*for every s<sub>i</sub>  $\in$  {s<sub>1</sub>, ..., s<sub>n</sub>} do*

*v<sub>i</sub>  $\leftarrow$  preds(s<sub>i</sub>,g,O)*

*if v<sub>i</sub> = failure then return failure*

*end for*

*return {v<sub>1</sub>, ..., v<sub>n</sub>}*

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

# Příprava

**Na úvod některé základní techniky**

- prohledávání
- splňování omezujících podmínek
- SAT a logika





založena na **deklarativním popisu problému**:

- proměnné s doménami** (množiny možných hodnot)  
např. start akce s přiřazeným časovým oknem
- podmínky** omezující kombinace hodnot proměnných  
např.  $\text{startA} + \text{PA} < \text{startB}$

**optimalizace** s podmínkami  
např. minimalizace makespanu

**Proč používat techniky CP?**

- snad pochopitelné
- otevřené a rozšiřitelné
- opravdu to funguje



Plánování a rozvrhování, Roman Barták

■ **Problém splňování podmínek** se skládá z:

- konečné množiny **proměnných**
- domén** – konečná množina hodnot pro proměnnou
- konečné množiny **podmínek**
  - podmínka je relace nad množinou proměnných
  - může být definována extenzionálně (množina kompatibilních n-tic) nebo intenzionálně (formulí)

■ **Řešením** CSP je přiřazení hodnot všem proměnným tak, že jsou splněny všechny podmínky.

# CSP jako Svatý grál

> Počítači vyřeš problém SEND, MORE, MONEY!

> Tady to je můj pane. Řešení je  
[9,5,6,7]+[1,0,8,5]=[1,0,6,5,2]

z pohledu Star Treku

```
> Sol=[S,E,N,D,M,O,R,Y],
  domain([E,N,D,O,R,Y],0,9), domain([S,M],1,9),
    1000*S + 100*E + 10*N + D +
    1000*M + 100*O + 10*R + E #=
  10000*M + 1000*O + 100*N + 10*E + Y,
  all_different(Sol),
  labeling([ff],Sol).
```

> Sol = [9,5,6,7,1,0,8,2]

současná realita

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

## Filtrace domén

### ■ Příklad:

$D_a = \{1,2\}$ ,  $D_b = \{1,2,3\}$

$a < b$

↪ Hodnota 1 může být z  $D_b$  bezpečně vyřazena.



### ■ Podmínky se používají **aktivně pro odstranění nekonzistencí** z problému.

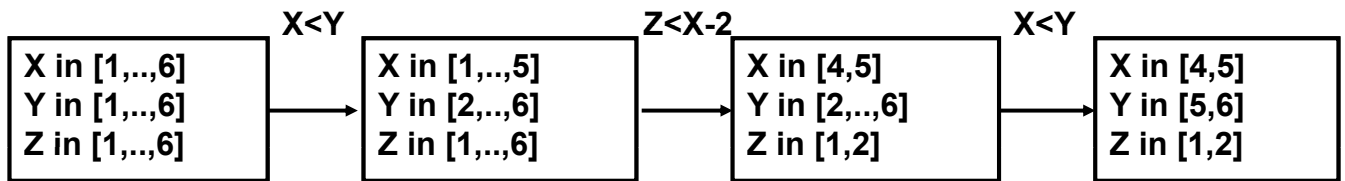
nekonzistence = hodnota, která nemůže být součástí žádného řešení (nesplňuje nějakou podmínku)

### ■ Tato tzv. **filtrace domén** je realizována procedurou REVISE, kterou má každá podmínka.

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

- Jak zařídit „globální“ filtraci v CSP?
- Každá podmínka musí být zrevidována!

**Příklad:**  $X \in [1, \dots, 6]$ ,  $Y \in [1, \dots, 6]$ ,  $Z \in [1, \dots, 6]$ ,  $X < Y$ ,  $Z < X - 2$



↳ Nestačí ale zrevidovat každou podmínku pouze jednou!

- Revize je potřeba opakovat dokud se mění doména nějaké proměnné (AC-1).

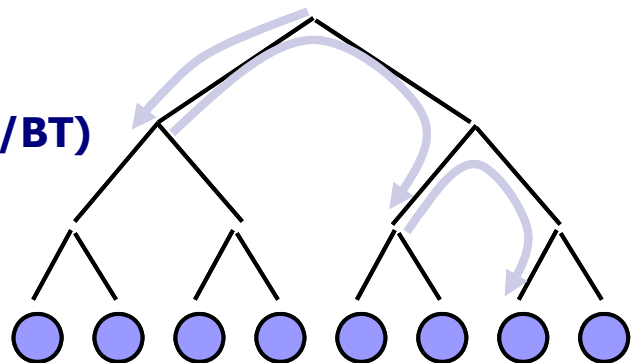
## Prohledávání / Přiřazování

**Konzistenční techniky jsou (obvykle) neúplné.**

↳ **Potřebujeme prohledávací algoritmus, který vyřeší zbytek!**

### Přiřazování (labeling)

- prohledávání do hloubky (DFS/BT)
  - přiřad' hodnotu do proměnné
  - propaguj = udělej problém lokálně konzistentní
  - vrať se v případě neúspěchu



□  $X \in 1..5 \quad \approx \quad X=1 \vee X=2 \vee X=3 \vee X=4 \vee X=5$

**Obecně prohledávací algoritmus řeší zbylé disjunkce!**

- $X=1 \vee X \neq 1$  (standardní přiřazování)
- $X < 3 \vee X \geq 3$  (dělení domén)
- $X < Y \vee X \geq Y$  (uspořádání proměnných)



- Prohledávání do hloubky je kombinováno s AC, které omezuje prohledávaný prostor.
- **Technika pohledu dopředu (MAC)**

procedure labeling(V,D,C)

if all variables from V are assigned then return V

**select not-yet assigned variable** x from V

**for each value** v from Dx do

(TestOK,D') ← **consistent**(V,D,C∪{x=v})

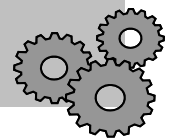
if TestOK=true then R ← labeling(V,D',C)

if R ≠ fail then return R

end for

return fail

end labeling

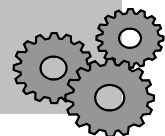


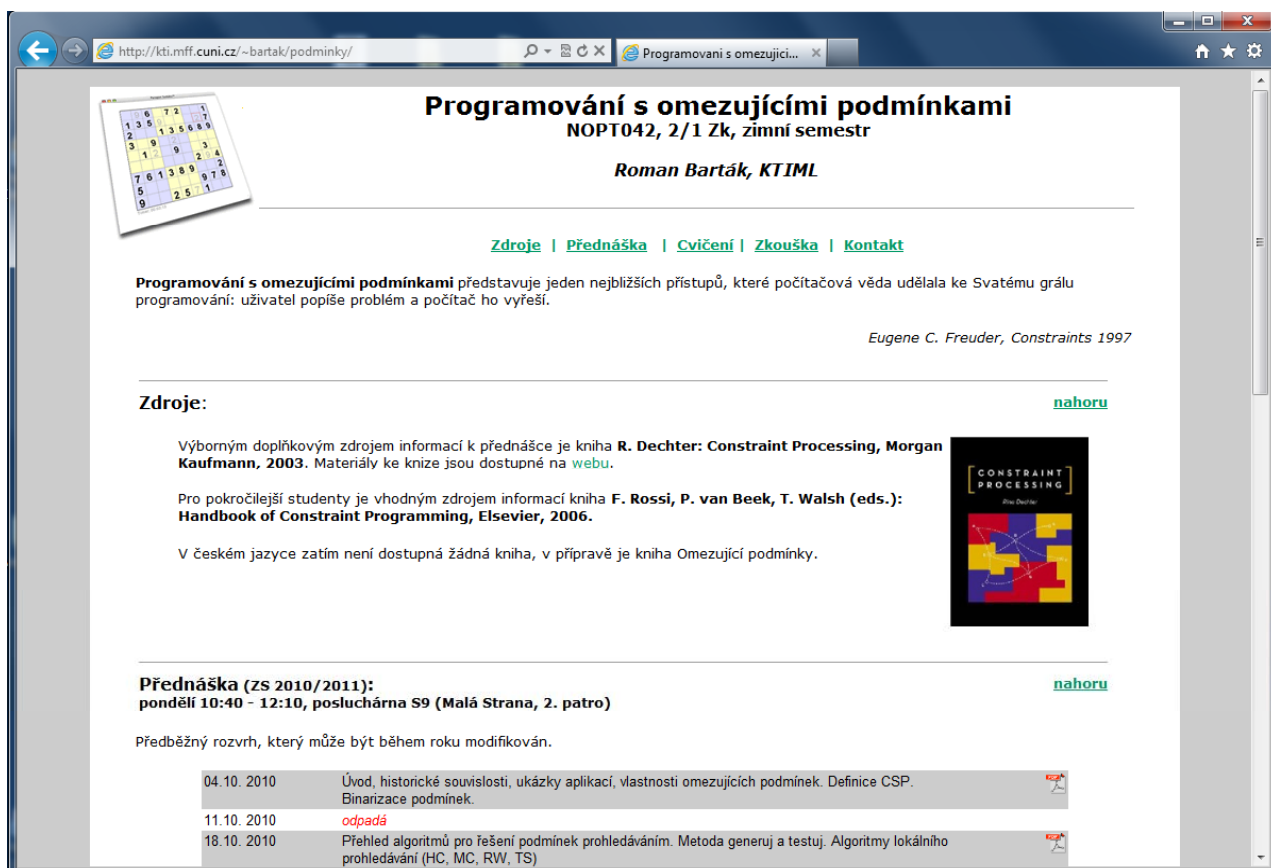
## Optimalizační problémy

- **Problém optimalizace s podmínkami (COP)**  
= CSP + objektivní funkce
- Objektivní funkce se zakóduje do podmínky.

**Technika branch and bound**

- najdi kompletní ohodnocení proměnných  
(definuje novou mez objektivní funkce)
- ulož nalezené ohodnocení
- aktualizuj mez (založ podmínku omezující  
hodnotu objektivní funkce tak, aby byla  
lepší než daná mez, což způsobí neúspěch)
- pokračuj v prohledávání (do vyčerpání)
- obnov uložené ohodnocení





**Programování s omezujícími podmínkami**  
NOPT042, 2/1 Zk, zimní semestr  
*Roman Barták, KTIML*

[Zdroje](#) | [Přednáška](#) | [Cvičení](#) | [Zkouška](#) | [Kontakt](#)

**Programování s omezujícími podmínkami** představuje jeden nejbližších přístupů, které počítačová věda udělala ke Svatému grálu programování: uživatel popíše problém a počítač ho vyřeší.

*Eugene C. Freuder, Constraints 1997*

**Zdroje:** [nahoru](#)



Výborným doplňkovým zdrojem informací k přednášce je kniha **R. Dechter: Constraint Processing, Morgan Kaufmann, 2003**. Materiály ke knize jsou dostupné na [webu](#).

Pro pokročilejší studenty je vhodným zdrojem informací kniha **F. Rossi, P. van Beek, T. Walsh (eds.): Handbook of Constraint Programming, Elsevier, 2006**.

V českém jazyce zatím není dostupná žádná kniha, v přípravě je kniha Omezující podmínky.

**Přednáška (zS 2010/2011):** [nahoru](#)  
pondělí 10:40 - 12:10, posluchárna S9 (Malá Strana, 2. patro)

Předběžný rozvrh, který může být během roku modifikován.

04.10. 2010	Úvod, historické souvislosti, ukázky aplikací, vlastnosti omezujících podmínek. Definice CSP. Binarizace podmínek.	
11.10. 2010	<i>odpadá</i>	
18.10. 2010	Přehled algoritmů pro řešení podmínek prohledáváním. Metoda generuj a testuj. Algoritmy lokálního prohledávání (HC, MC, RW, TS)	

Plánování a rozvrhování, Roman Barták

# Příprava

Na úvod některé základní techniky

- prohledávání
- splňování omezujících podmínek
- SAT a logika



## Formální systém skládající se z:

### □ jazyka

(množiny tvrzení, obvykle nazývaných formule)  
*např.  $p \rightarrow q$*

### □ sémantiky

(dává význam tvrzení)  
*např. je-li  $p, q$  pravda potom je  $p \rightarrow q$  pravda*

### □ důkazové teorie

(pravidla, jak lze odvozovat nová tvrzení)  
*např. pravidlo modus ponens ( $p, p \rightarrow q \vdash q$ )*

# Výroková logika

## ■ Jazyk je **množina výroků** $P$ definovaný induktivně nad rekurzivní množinou atomických výroků (výrokových proměnných) $P_0$ takto:

- je-li  $p \in P_0$  potom  $p \in P$ ,
- je-li  $p \in P$  potom  $\neg p \in P$ ,
- je-li  $p \in P$  a  $q \in P$  potom  $p \wedge q \in P$ ,
- a nic víc není výrok.

## ■ Můžeme dále definovat

- $p \vee q$  jako zkratku za  $\neg(\neg p \wedge \neg q)$
- $p \rightarrow q$  jako zkratku za  $\neg p \vee q$

## ■ **Konjunktivní normální tvar** (CNF) výrokové formule:

- **formule** je konjunkce klauzulí
- **klauzule** je disjunkce literálů (obsahuje-li jediný literál, nazýváme ji **jednotkovou klauzulí**)
- **literál** je výroková proměnná (pozitivní literál) nebo její negace (negativní literál)

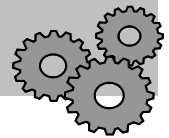
- **Model výrokové formule** je množina přiřazení pravdivostních hodnot pravda/nepravda do výrokových proměnných tak, že formule je vyhodnocena jako pravdivá, kde:
  - $\neg p$  je pravda právě tehdy, když  $p$  je nepravda
  - $p \wedge q$  je pravda právě tehdy, když  $p$  je pravda a  $q$  je pravda.
- **Problém splnitelnosti (SAT)** je problém určení, zda existuje model dané formule.

## Davis-Putnam

- Řešení SAT problému (v CNF) **prohledáváním do hloubky** a jednotkovou propagací.
- **Jednotková propagace** určuje pravdivostní hodnotu proměnných v jednotkových klauzulích
  - proměnná v pozitivním literálu ohodnocena na pravda,
  - proměnná v negativním literálu ohodnocena na nepravda.Přiřazená hodnota je propagována do ostatních klauzulí.  
Je-li  $D$  ohodnoceno jako pravda, potom lze:
  - klauzuli  $(A \vee \neg B \vee D)$  z formule vyřadit
  - klauzuli  $(C \vee \neg D \vee E)$  zjednodušit na  $(C \vee E)$Je-li  $D$  ohodnoceno jako nepravda, potom symetricky.

```
procedure DP(A,Assignment)
  A: is a CNF formula (represented as a set of clauses)
  A and Assignment are local within DP
  if  $\emptyset \in A$  then return
  if  $A = \emptyset$  then exit with Assignment
  Unit-Propagate(A, Assignment)
  select a variable P such that P or  $\neg P$  occurs in A
  DP( $A \cup \{P\}$ ,Assignment)
  DP( $A \cup \{\neg P\}$ ,Assignment)
end DP
```

```
procedure Unit-Propagate(A,Assignment)
  A and Assignment are global within Unit-Propagate
  while there is a unit clause {I} in A do
    Assignment  $\leftarrow$  Assignment  $\cup$  {I}
    for every clause  $C \in A$  do
      if  $I \in C$  then  $A \leftarrow A - \{C\}$ 
      else if  $\neg I \in C$  then  $A \leftarrow A - \{C\} \cup (C - \{\neg I\})$ 
    end for
  end while
end Unit-Propagate
```



# Algoritmus GSAT

- GSAT je algoritmus lokálního prohledávání řešící SAT problém postupným „překlápěním“ proměnných.
- Cílem je maximalizovat (vážený) počet splněných klauzulí.

```
procedure GSAT(A,Max_Tries,Max_Moves)
  A: is a CNF formula
  for i:=1 to Max_Tries do
    S  $\leftarrow$  random assignment of variables
    for j:=1 to Max_Moves do
      if A satisfiable by S then return S
      V  $\leftarrow$  the variable whose flip yield the most important
        raise in the number of satisfied clauses
      S  $\leftarrow$  S with V flipped
    end for
  end for
  return the best assignment found
end GSAT
```

